



**Г.Г. Галустов
С.П. Бровченко
С.Н. Мелешкин**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ
В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Технологический институт
Федерального государственного образовательного
учреждения высшего профессионального образования
«Южный федеральный университет»
Приоритетный национальный проект «Образование»**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ
В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Таганрог 2008

Рецензенты:

Б.К. Лебедев, д.т.н., профессор кафедры САПР ТТИ ЮФУ.

А.Ф. Гришков, к.т.н., с.н.с. ФГУП ТНИИС.

Составители: Г.Г. Галустов, С.П. Бровченко, С.Н. Мелешкин.

Математическое моделирование и прогнозирование в технических системах: Учебное пос. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2008. – 30 с.

В работе рассмотрена общая классификация математических моделей, используемых для краткосрочного и оперативного прогнозирования процессов, протекающих в технических системах.

На примерах статистических, детерминированных и комбинированных моделей процессов анализируется их применение для краткосрочного и оперативного прогнозирования.

Предназначено для студентов и аспирантов радиотехнического факультета. Может быть использовано лицами, самостоятельно изучающими вопросы моделирования процессов, протекающих в технических системах.

Ил.3. Библиогр.: 83 назв.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящем методическом пособии дается общая классификация и анализ математических моделей, используемых для краткосрочного и оперативного прогнозирования параметров объектов, в частности, электропотребления предприятий и энергосистем. Выделяются три основные группы моделей и методов моделирования:

- 1) статистические (вероятностные);
- 2) детерминированные (в том числе алгебраические);
- 3) комбинированные вероятностно-детерминированные.

Подробно анализируются модели временных рядов, составляющие основу статистических прогнозирующих математических моделей графиков электрической нагрузки (ГЭН), в частности: AR-, ARMA-, ARIMA-, MA-модели, модели взвешенного скользящего среднего, экспоненциального сглаживания Брауна и т.п. Как многофакторные рассматриваются: ARX-модели, ARMAX-модели и т.п. В работе показано на реальных данных применимость ARIMA-моделей для прогноза графиков нагрузки энергосистем и предприятий. Однако структурную устойчивость данная модель сохраняет, если для приведения моделируемого процесса к стационарному виду используются разности порядка $d < 2$.

Анализируются прогнозирующие модели электропотребления, основанные на фильтрах Калмана и Винера (модель Заде-Рагаззини); спектральных ортогональных разложениях, в том числе Карунена-Лоэва; каноническом разложении случайного процесса; многомерной регрессии; теории кластерного анализа; теории распознавания образов.

В последние десятилетия наметилась тенденция более широкого использования алгебраического (детерминированного) подхода к решению проблемы идентификации объектов и процессов. Это связано с тем, что в статистической постановке проблемы зачастую отсутствует возможность получения представительных выборок или используется операция осреднения по множеству реализаций, что в целом ряде случаев приводит к ухудшению математической модели, особенно в условиях малых и нестационарных выборок.

Основные отличия алгебраического подхода:

- 1) при моделировании находятся, уточняются и используются не статистические характеристики ошибок измерений, а непосредственно сами значения ошибок в конкретном эпизоде идентификации;

2) уточнение параметров модели осуществляется непосредственно по невязке сигналов на выходе объекта и на выходе текущей модели.

Подробно анализируется применимость детерминированных прогнозных моделей: полиномиальной, конечного гармонического ряда Фурье, алгебраических регрессий, спектральных разложений, нейросетевой, нечеткой модели и т.п.

Наибольшее распространение в настоящее время находят комбинированные прогнозирующие модели процессов, являющиеся комбинацией статистических и детерминированных моделей.

В работе проанализировано 14 вариантов наиболее часто используемых комбинированных прогнозирующих математических моделей.

На основе проведенного анализа были определены общие подходы к построению оперативных и краткосрочных прогнозных моделей процесса электропотребления:

1) использование трендового подхода и комбинированных вероятностно-детерминированных прогнозных моделей;

2) использование эвристики о суточном интервале моделирования;

3) использование функционального подхода при моделировании тренда;

4) учет типов графиков электропотребления при моделировании на основе применения алгоритмов кластеризации и распознавания;

5) использование эффективных алгоритмов интерполяции, фильтрации дискретных сигналов для согласования моделируемых процессов на разных уровнях иерархии комбинированных моделей;

6) моделирование нестационарной остаточной составляющей $PD_{(t,d)}$ с применением адаптивных одномерных регрессионных моделей с интегральной составляющей (ARI, ARIMA, ARIMAX) или моделей экспоненциального сглаживания.

1. ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ В СОСТАВЕ ОПЕРАТИВНЫХ КОМПЛЕКСОВ

Интенсивное развитие вычислительной техники, теории и практики моделирования, прогнозирования процессов по-новому ставит вопросы создания интеллектуальных адаптивных программных систем [15,36,38] на базе оперативных комплексов в составе предприятий, организаций и т.п. [15,27,39,40-47].

В современных теориях идентификации и систем в связи с развитием новых информационных технологий определен новый класс систем – «интеллектуальные адаптивные системы»[38].

Под этим термином понимают "объединенную информационным процессом совокупность технических средств и программного обеспечения, работающую во взаимосвязи с человеком или автономно, способную на основе сведений и знаний при наличии мотивации синтезировать цель, вырабатывать решения о действии и находить рациональные способы достижения цели"[38,48].

Необходимым условием работы таких систем является моделирование процесса, распознавание и прогнозирование.

Общая структура интеллектуальной адаптивной программной системы контроля и идентификации (ИАПСКИ) процесса (объекта) в форме прогнозной модели представлена на рис. 1.1.

На основании сведений о состоянии объекта, окружающей среды и собственном состоянии системы при наличии памяти и мотивации синтезируется цель моделирования (оперативный или краткосрочный контроль, дооптимизация, прогнозирование), которая наряду с другими данными воспринимается динамической системой распознавания и контроля.

Последняя, с использованием базы данных, производит оценку, на основании которой принимается решение о действии и прогнозируется результат действия.

На основе прогнозной информации действие корректируется (дооптимизация) и синтезируется алгоритм принятия решения, который реализуется после экспертной оценки с помощью компьютерной системы и воздействует на объект. Результат действия сравнивается с прогнозом и на основе этого корректируется прогнозная модель.

При несоответствии результатов цели действия генерируется аналогично новое действие (дооптимизация), устраняющее несоответствие и так далее.

Представленная структура интеллектуальной системы (рис. 1.1) инвариантна к объекту и носит универсальный характер. В отличие от интеллектуальных адаптивных систем управления [48], в рассматриваемых адаптивных системах контроля и идентификации управляющее воздействие носит простейший характер типа «включено-выключено» и при этом отсутствует общепринятый регулятор в форме передаточных функций или в ином виде, параметры которого изменяются в зависимости от целей и задач управления.

Современный этап в развитии теории идентификации характеризуется прагматичным взглядом на имеющуюся в наличии у проектировщика априорную информацию об объекте контроля и условиях его функционирования [38,48-50].

Априори известная математическая модель сложного объекта идентификации в большинстве случаев не удовлетворяет современным требованиям, предъявляемым к системам контроля, идентификации и прогнозирования.

В сложных системах, работающих в разнообразных условиях, как сама математическая модель (уравнения объекта управления), так и ее параметры и действующие возмущения (например, их статистические характеристики) не только не известны с достаточной точностью, но в ряде случаев их достаточно сложно определить экспериментально заранее [38,48-50]. К таким объектам относятся и объекты электропотребления: энергосистемы, объединения, предприятия и т.п.

Таким образом, имеет место априорная неопределенность, преодоление, которой и является применение современных интеллектуальных адаптивных систем контроля и идентификации.

В соответствии с вышесказанным можно выделить два основных источника априорной неопределенности [51,52]:

- неизвестность полностью или частично структуры, параметров, свойств объекта и внешних возмущений на этапе проектирования системы;
- существенная изменчивость свойств объекта и внешних возмущений в силу сложности объекта и среды функционирования, что исключает возможность точного определения режимов работы объекта заранее.

В силу этих неопределенностей система в процессе функционирования сама должна восполнять недостающую информацию.

На приведенной структурной схеме (рис. 1.1) интеллектуальной адаптивной программной системы контроля и идентификации можно выделить:

подсистему контроля, распознавания и прогнозирования (ПКРП);

измерительно-задающую подсистему (ИЗП);

решающую подсистему (РП).

Динамическая система распознавания и контроля состояния представляет собой сложный программный комплекс, предназначенный для автоматического обеспечения принятия решения при оперативном, краткосрочном моделировании, прогнозировании и контроле сложной системы, работающей, как правило, в условиях временных ограничений и недостатка априорной информации [48,53].

Основными задачами, решаемыми ПКРП в рамках интеллектуальных адаптивных систем, являются:

- построение адаптивной модели контролируемого объекта (системы) на основе сочетания строгих математических методов и моделей, экспертных, эвристических моделей, моделей теории искусственного интеллекта и тому подобных;

- реализация прогноза поведения объекта при различных видах воздействий, в том числе и внешних условий, для учета при выработке дооптимизирующего воздействия;

- распознавание текущего состояния объекта, с целью правильного выбора математической модели объекта (из имеющегося множества) для учета сложного (неоднородного) характера работы моделируемого объекта [54].

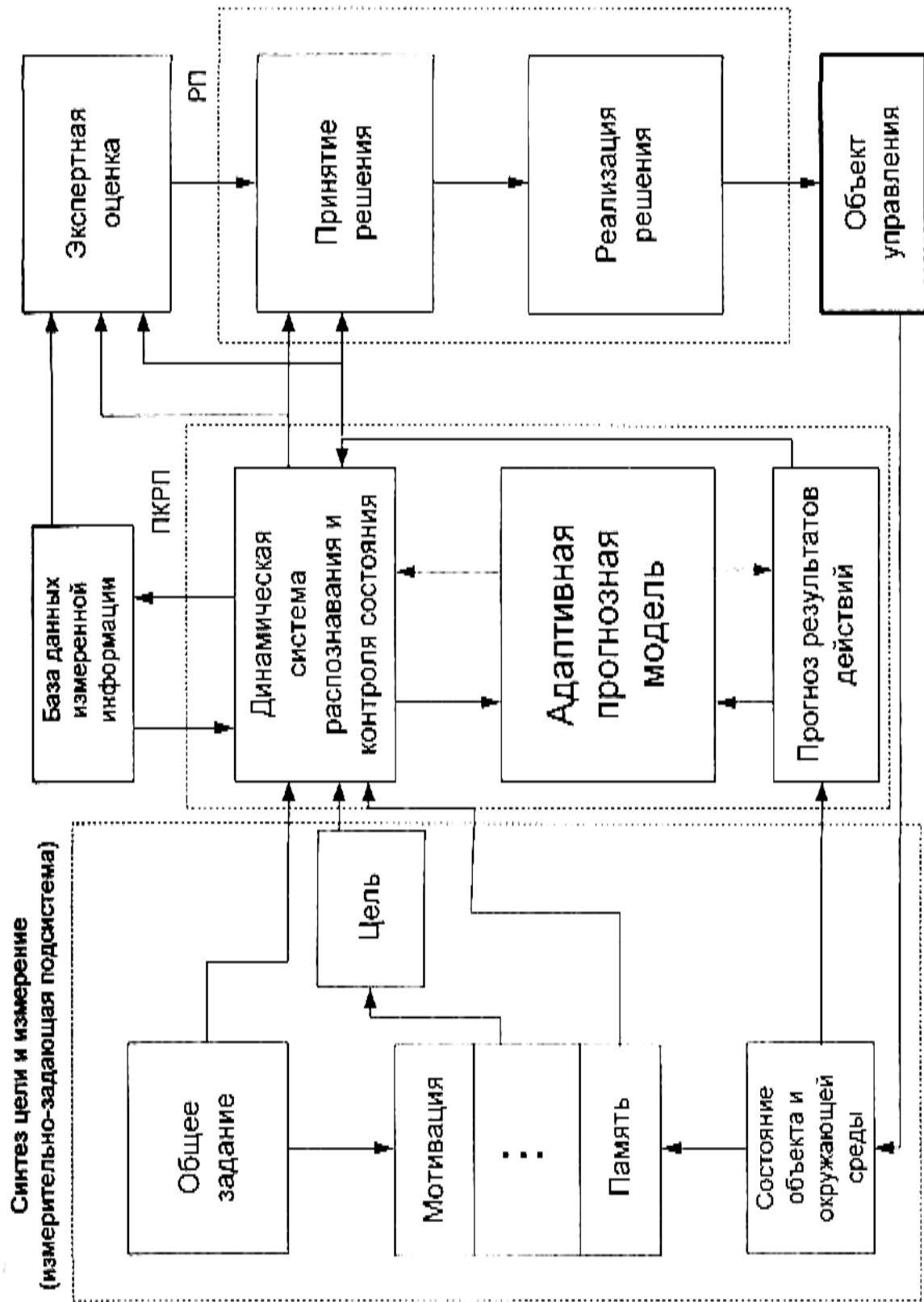


Рис.1.1

Основными предпосылками целесообразности и неизбежности использования ПКРП в составе интеллектуальных программных адаптивных систем являются [5,48,49]:

1. Условия функционирования контролируемых ОЭ, характеризуются многообразием данных, состояний и качественных характеристик.
2. Область функционирования систем, как правило, плохо формализуема.
3. Компоненты объектов, требуют для описания своей работы, состава, структуры и состояния сложноорганизованных моделей.
4. Данные о текущем состоянии объектов, влияют на процесс выработки реакций системы.

Таким образом, можно сделать вывод, что одним из центральных устройств интеллектуальных адаптивных систем является ПКРП и от его построения и работы в определяющей степени зависит работа всей системы.

Именно разработке принципов построения ПКРП для групп объектов электропотребления необходимо уделять особое внимание.

При разработке ПКРП в составе интеллектуальных адаптивных систем возникают следующие проблемы:

- разработка новых и адаптация известных теорий и методов для описания процессов в объектах;
- разработка принципов распознавания состояния объекта управления (процесса);
- разработка принципов дискретных преобразований сигналов, фильтрации, дискретизации и интерполирования;
- определение принципов алгоритмической, информационной и программной реализации модулей ПКРП объектов электропотребления.

2. АНАЛИЗ И ОБЩАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ПРОГНОЗИРУЮЩИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Анализ литературы [2,3,5,6,8,27,37,46,51] позволил сформировать следующую классификацию математических моделей процессов для оперативного и краткосрочного прогнозирования.

Данная классификация вытекает из общих подходов к моделированию процессов и теории идентификации [37,51,52].

В зависимости от используемого *математического аппарата*, четко выделяются три основные группы моделей и методов моделирования процессов:

- 1) *статистические (вероятностные)*;
- 2) *детерминированные (алгебраические)*;
- 3) *комбинированные вероятностно-детерминированные*.

2.1. Статистические (вероятностные) модели процессов

Статистические модели получили наиболее широкое применение в задачах моделирования, прогнозирования процессов электропотребления, а также связанных с ним и иных процессов.

Популярность моделей данного типа объясняется достаточно высокой степенью адекватности для решения целого ряда задач теории и практики радиотехники, прогнозирования процессов в энергетике и иных областях [2,3,5,6,8-12,54,57].

В общем случае наиболее полной характеристикой сигнала, как случайного стохастического процесса, является n -мерная плотность вероятностей [8,9,11,12] $\varphi(P_1, P_2, \dots, P_n)$, которая при интегрировании по dP_1, dP_2, \dots, dP_n дает вероятность того, что случайный процесс пройдет в интервалах $(P_1 - \Delta P_1 / 2; P_1 + \Delta P_1 / 2), \dots, (P_n - \Delta P_n / 2; P_n + \Delta P_n / 2)$:

$$\varepsilon = \int_{P_1 - \Delta P_1 / 2}^{P_1 + \Delta P_1 / 2} \int_{P_2 - \Delta P_2 / 2}^{P_2 + \Delta P_2 / 2} \dots \int_{P_n - \Delta P_n / 2}^{P_n + \Delta P_n / 2} \varphi(P_1, P_2, \dots, P_n) dP_1 dP_2 \dots dP_n,$$

где P_1, P_2, \dots, P_n - мощность нагрузки $P(t)$ в моменты времени t_1, t_2, \dots, t_n .

Следует отметить, что на практике пользоваться многомерными плотностями вероятности достаточно сложно. Определение их также является трудоемкой задачей [8,9,11,12].

Для нестационарных случайных процессов, представляемыми процессами с периодическим трендом, n -мерная плотность распределения является периодической функцией времени по каждому аргументу:

$$\varphi(P_1, P_2, \dots, P_n) = \varphi(\mathbf{P}(t_1 + T), \mathbf{P}(t_2 + T), \dots, \mathbf{P}(t_n + T)),$$

где T – период повторения тренда; $P_i = \mathbf{P}(t_i)$, $i = \overline{1, n}$. Аналогично, и математическое ожидание, и автокорреляционная функция данного процесса имеют периодический характер:

$$M[\mathbf{P}(t)] = M[\mathbf{P}(t + T)] = p_c(t); R(\tau) = R(\tau + T).$$

Частные реализации процесса $\mathbf{P}_j(t)$, $j = \overline{1, N}$ можно исследовать как по свойствам *отдельных реализаций* $\mathbf{P}_j(t)$ (изучение процесса “вдоль”), так и по свойствам *отдельного отсчета* $\mathbf{P}_j(t_k)$, но для всех реализаций (изучение процесса “поперек”). В первом случае $\mathbf{P}_j(t)$ величина j – фиксированное целое число и изучение графика осуществляется на временном интервале $t \in [0, T_\sigma]$, во втором случае фиксирован момент времени t_k и изучается поведение отсчета $\mathbf{P}_j(t_k)$ по всему множеству реализаций $j = \overline{1, N}$ графиков.

Как известно, изучение отдельных реализаций $\mathbf{P}_j(t)$ возможно лишь при условии, что случайный процесс является *стационарным* и обладает свойством *эргодичности* [9,43].

Особый интерес вызывают процессы, относящиеся к классу нестационарных случайных процессов, выборочные реализации которых обладают общим детерминированным трендом.

Для процессов такого типа показано [9,43], что также возможно определение статистических характеристик по отдельным реализациям:

$$p_c = M[\mathbf{P}(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{P}(t) dt \approx \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{P}(t) dt; \quad (2.1)$$

$$DP = M\{[\mathbf{P}(t) - p_c]^2\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [\mathbf{P}(t) - p_c]^2 dt \approx \frac{1}{T} \int_0^T [\mathbf{P}(t) - p_c]^2 dt; \quad (2.2)$$

$$k_{ij} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [\mathbf{P}_i(t) \mathbf{P}_j(t + t_{ij})] dt - p_{ci} p_{cj} \approx \frac{1}{T} \int_0^T [\mathbf{P}_i(t) \mathbf{P}_j(t + t_{ij})] dt - p_{ci} p_{cj} \quad (2.3)$$

$$R_{ij}(\tau) \approx \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T - \tau} \mathbf{P}_i(t) \mathbf{P}_j(t + \tau) dt - p_{ci} p_{cj}; \quad (2.4)$$

$$S(\omega) \approx \frac{2}{T} \int_0^T R(\tau) \cos(\omega \tau) d\tau. \quad (2.5)$$



Рис.2.1

Случайные нестационарные графики нагрузки электроприемников зачастую имеют особенности, упрощающие их анализ и моделирование.

К этим особенностям относится повторяемость технологических или суточных циклов, циклов, вызванных сезонными изменениями и другими.

Результаты измерений таких графиков нагрузки или *временных рядов* электропотребления можно представить нестационарным случайным процессом, все реализации которого имеют общий почти периодический (периодический) детерминированный тренд.

Как отмечено в [53], для описания таких процессов не всегда требуется усреднение по ансамблю реализаций, а многие важные свойства можно оценить по одной реализации, как в случае эргодических стационарных процессов на основе формул (2.1)-(2.5).

Временным рядом [53-57] называют упорядоченные дискретные, как правило, случайные данные, полученные последовательно во времени через постоянный интервал времени ΔT , называемый *интервалом дискретизации*. Временные ряды можно рассматривать как случайные *стационарные* или *нестационарные* дискретные процессы.

Основу статистических прогнозирующих математических моделей процессов и составляют различные модели временных рядов: модель скользящего среднего (СС или MA) и взвешенного скользящего среднего (ВСС), модель экспоненциального сглаживания Брауна (ЭС), авторегрессионная модель (АР или AR), совмещенная модель авторегрессии скользящего среднего (АРСС или ARMA), совмещенная модель авторегрессии интегрированного скользящего среднего или Бокса-Дженкинса (АРИСС или ARIMA) и т.п. Классификация основных из статистических прогнозирующих математических моделей процессов приведена на рис.2.1.

Статистические модели в зависимости от учета в них в качестве входных параметров внешних влияющих факторов делят на: *однофакторные* и *многофакторные*. В первом типе моделей учет внешних факторов не осуществляется, а строится замкнутая динамическая модель самой выходной величины. Во втором типе – динамическая модель включает один или несколько внешних влияющих факторов. Если модель временного ряда многофакторная, то этот факт может отмечаться буквой "X" в сокращении ее названия (ARX-модель, ARMAX-модель и т.д.).

Помимо моделей временных рядов при статистическом прогнозировании процессов используются модели, основанные на [2,5,6,11]: фильтрах Калмана и Винера (модель Заде-Рагаззини) ; спектральных ортогональных разложениях, в том числе Карунена-Лоэва; каноническом разложении случайного процесса; многомерной регрессии; теории кластерного анализа; теории распознавания образов.

Все перечисленные статистические модели процессов (сигналов) могут использоваться при моделировании отдельно, но чаще всего в составе комбинированных вероятностно-детерминированных моделей.

Более подробное описание каждой из перечисленных статистических моделей с кратким анализом будет произведено ниже.

2.2. Детерминированные (алгебраические) модели процессов

В последние десятилетия наметилась тенденция критического отношения к *статистической* постановке проблемы идентификации объектов и процессов [37,58-62], особенно в случае, когда отсутствует возможность получения представительных выборок для построения математических моделей, статистических характеристик процессов и проверки их адекватности. Кроме того, статистическая теория использует операции осреднения по множеству реализаций, что в целом ряде случаев приводит к ухудшению математической модели, особенно в условиях малых и нестационарных выборок.

В электроэнергетике, как отмечено в работах [63,64,185], также есть примеры, когда *вероятностные модели применяются без надлежащего обоснования*, когда отсутствует возможность получения представительных выборок для построения математических моделей и проверки их адекватности.

В этих случаях эффективно использовать *алгебраический*, детерминированный, а не статистический подход к решению проблемы идентификации [37,62]. Основные отличия алгебраического подхода от статистического заключаются в следующем:

- при моделировании находятся, уточняются и используются не статистические характеристики ошибок измерений, а непосредственно сами значения ошибок в конкретном эпизоде идентификации;

- уточнение параметров модели осуществляется непосредственно по невязке сигналов на выходе объекта и на выходе текущей модели.

Большинство детерминированных прогнозных моделей процессов (полиномиальная модель, конечный гармонический ряд Фурье, алгебраические регрессии, спектральные разложения и т.п.) могут представляться моделью общего вида:

$$\mathbf{P}_j = F(\boldsymbol{\varphi}, \mathbf{S}_j) + \mathbf{O}_j, \quad (2.6)$$

где $\boldsymbol{\varphi}$ – вектор параметров детерминированной модели; $\mathbf{S}_j = [\mathbf{Z}_j^T, \dots, \mathbf{Z}_{j-l_1}^T, \mathbf{P}_{j-1}^T, \dots, \mathbf{P}_{j-l_2}^T]^T$ – комбинированный вектор: входных влияющих факторов \mathbf{Z}_j , в текущий и ряд предыдущих моментов времени, а также, возможно, самой выходной величины \mathbf{P}_j в предыдущие моменты времени; \mathbf{O}_j – вектор ошибки модели; $F(\dots)$ – функция или векторная функция, определяющая детерминированную прогнозную модель.

Задача идентификации (2.6) ставится в алгебраическом случае следующим стандартным образом: определить наилучшую, по некоторому критерию качества $I(\hat{\boldsymbol{\varphi}})$ оценку $\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ параметров $\boldsymbol{\varphi}$ на основании изменений входа-выхода объекта в допустимой области Φ значений [37,52]:

$$\hat{\boldsymbol{\varphi}} = \arg \left(\min_{\mathbf{S}_j \in \Phi} I(\hat{\boldsymbol{\varphi}}) \right).$$

В алгебраической постановке вектор ошибки модели \mathbf{O}_j и его статистические характеристики считаются неизвестными.

С формальных алгебраических позиций система (2.6) не разрешима, так как содержит два неизвестных вектора: параметров модели $\boldsymbol{\varphi}$ и ошибки модели \mathbf{O}_j .

Однако, используя метод наименьших квадратов (МНК) при алгебраической идентификации, модель (2.6), по существу, приближенно заменяют системой

$$\mathbf{P}_j = F(\boldsymbol{\varphi}, \mathbf{S}_j),$$

а за оптимальную оценку $\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ принимают значение, обеспечивающее минимум евклидовой нормы вектора невязок, или положительно определенной квадратичной формы

$$I(\hat{\boldsymbol{\varphi}}) = \mathbf{e}_j^T \mathbf{R}^2 \mathbf{e}_j, \quad (2.7)$$

где $\mathbf{R}^2 = \mathbf{R}^T \mathbf{R}$ – положительно определенная весовая матрица, $\det \mathbf{R} \neq 0$. $\mathbf{e}_j = \mathbf{P}_j - F(\boldsymbol{\varphi}, \mathbf{S}_j)$ – вектор невязок.

Хотя использование в теории идентификации этого подхода статистически не обосновано, тем не менее этот метод является самым практичным методом решения задачи по единственной выборке или малому количеству выборок измерений ограниченного объема [37,51,52].

Для улучшения оценки φ , из соображений общего порядка, ясно, что необходимо привлечение дополнительной (не статистической) информации либо о векторе параметров φ , либо о векторе ошибки модели Ξ_j .

Одним из путей является либо итерационное уточнение модели ошибки путем модификации, например, матрицы \mathbf{R} в квадратичном критерии качества (2.7), либо реализация постоянной адаптивной настройки модели, либо иные подходы [37,51].

В частности, в некоторых подходах рекомендуется фильтровать на основе метода экспоненциального сглаживания получаемые оценки параметров φ модели [6,37].

Как алгебраический подход можно рассматривать построение математических моделей процессов на основе *теории нечетких множеств* [65-68], *искусственных нейронных сетей* [69-73], позволяющих формировать модель объекта или процесса в условиях малых и нестационарных выборок, а также формализовать экспертные оценки специалистов.

Таким образом, можно заключить, что современная теория идентификации не исключает различных подходов, в том числе и алгебраических, детерминированных, обосновать применение, которых статистическими подходами невозможно.

Основные детерминированные модели, используемые при моделировании и прогнозировании процессов (сигналов), приведены на схеме рис. 2.2. Как правило, данные модели используются в составе комбинированных вероятностно-детерминированных моделей.

Математический аппарат *теории нечетких множеств* и его приложения к задачам практики начали формироваться еще в 60-е годы [62,67] и в настоящее время теория нечетких множеств применяется в различных областях техники [62,65].

Модели *искусственных нейронных сетей* [62,69,70-73], применяемые для создания многофакторных моделей электропотребления,

основываются на методе потенциальных функций [62,74], который применяется в задачах распознавания образов и их автоматической классификации [62,75].

В электроэнергетике используется перцептронная реализация метода потенциальных функций [70]. На основе моделей многослойного персептрона и искусственной нейронной сети решены задачи классификации суточных графиков нагрузки и их краткосрочного прогнозирования на срок от одних до десяти суток и моделирования электропотребления промышленного предприятия [69-73].



Рис.2.2

2.3. Комбинированные вероятностно-детерминированные модели процессов

Все большее распространение в настоящее время находят математические прогнозирующие модели, являющиеся комбинацией статистических и детерминированных моделей. Именно эти модели позволяют обеспечить наилучшую точность прогнозирования, адаптивность к изменяющемуся процессу электропотребления [2,5,6].

Они базируются на *концепции стандартизованного моделирования* нагрузки [6], которая состоит в моделировании фактической

нагрузки $P(t, d)$ как совокупности стандартизованного графика (базовой составляющей, детерминированного тренда) $P_s(t, d)$ и остаточной составляющей $P_D(t, d)$.

Данная декомпозиция на составляющие наиболее часто носит аддитивный характер [2,76-81, 153]:

$$P(t, d) = P_s(t, d) + P_D(t, d), \quad (2.8)$$

но иногда используется и мультипликативная декомпозиция [6, 153]:

$$P(t, d) = P_s(t, d)P_D(t, d). \quad (2.9)$$

В используемых же обозначениях графиков нагрузки $P(t, d)$, $P_s(t, d)$, $P_D(t, d)$ малая буква d обозначает тип (номер) прогнозируемых суток.

В других работах [6] используется также модель, объединяющая свойства аддитивной и мультипликативной моделей:

$$P(t, d) = P_{s1}(t, d) + P_{s2}(t, d)P_D(t, d), \quad (2.10)$$

где $P_{s1}(t, d)$, $P_{s2}(t, d)$ – детерминированные составляющие и $P_D(t, d)$ – остаточная случайная составляющая.

Наиболее широкое применение в электроэнергетике имеет аддитивная модель (2.8), модели же (2.9) и (2.10) имеют ограниченное применение.

Процесс $P_D(t, d)$ в первом приближении считают стационарным или почти стационарным, что упрощает его моделирование с использованием статистических моделей, рассмотренных выше.

Моделирование (выделение) стандартной составляющей $P_s(t, d)$ осуществляют различными методами:

- путем сглаживания нестационарной реализации процессов скользящим [6,11,80] или экспоненциальным [6,82] осреднением;
- аппроксимацией полиномами [6,21];
- компенсацией стандартной составляющей на основе вычисления разностей n -го порядка [6,83];
- разделением составляющих по частотам и моделированием конечными рядами Фурье [11,21,81];
- компенсацией математического ожидания суточными разностями [6,21];
- путем декомпозиции по ортогональным векторам или функциям [5,6];
- путем нейросетевого или нечеткого моделирования (сглаживания) [68,71,72] и др.

Кроме того, при моделировании стандартной составляющей $P_s(t, d)$ также осуществляют ее декомпозицию на отдельные составляющие [6]:

$$P_s(t, d) = P_A(t, d) + P_R(t, d) + P_T(t, d) + P_W(t, d), \quad (2.11)$$

где $P_A(t, d)$ – составляющая, учитывающая изменение средней сезонной нагрузки; $P_R(t, d)$ – составляющая, учитывающая недельную цикличность изменения электропотребления; $P_T(t, d)$ – трендовая составляющая, моделирующая дополнительные эффекты, связанные с изменением времени восхода и захода солнца от сезона к сезону; $P_W(t, d)$ – составляющая, учитывающая зависимость электропотребления от метеофакторов, в частности, температуры.

Каждая из составляющих в комбинированной модели (2.8), (2.11) реализуется на основе того или иного статистического или детерминированного метода. Это и определяет многообразие комбинированных прогнозных математических моделей процессов. Комбинированные модели вида (2.8), (2.11) не всегда обязательно содержат все перечисленные составляющие: $P_s(t, d)$, $P_A(t, d)$, $P_R(t, d)$, $P_T(t, d)$, $P_W(t, d)$, $P_D(t, d)$. В ряде случаев одни составляющие вбирают в себя функции других отсутствующих в модели составляющих.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение следует отметить, что более детальное рассмотрение статистических, детерминированных и комбинированных прогнозных математических моделей процессов, протекающих в медицинских, технических и других диагностических системах планируется рассмотреть в последующих методических пособиях.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. – М.: Наука, 1981. – 488 с.
2. Гурский С.К. Адаптивное прогнозирование временных рядов в электроэнергетике. – Мн.: Наука и техника, 1983. – 271 с.
3. Оценивание состояния в электроэнергетике/ А.З. Гамм, Л.Н. Герасимов, Н.Н. Голуб и др. – М: Наука, 1983. – 300 с.
4. Ристхейн Э.М. Электроснабжение промышленных установок. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 424 с.
5. Седов А.В., Надтока И.И. Системы контроля, распознавания и прогнозирования электропотребления: модели, методы, алгоритмы и средства. – Ростов н/Д: Изд-во Рост. ун-та, 2002. – 320 с.
6. Бэнн Д.В., Фармер Е.Д. Сравнительные модели прогнозирования электрической нагрузки. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 200 с.
7. Перова М.Б., Булавин И.В., Санько В.М. Прогнозирование в региональной электроэнергетике. – Вологда: ИПЦ «Элегия», 2001. – 73 с.
8. Электрические нагрузки промышленных предприятий/ С.Д. Волобровский, Г.М. Каялов, П.Н. Клейн и др. – Л.: Энергия, 1971. – 264 с.
9. Шидловский А.К., Куренный Э.Г. Введение в статистическую динамику систем энергоснабжения. – Киев: Наукова думка, 1984. – 273 с.
10. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л., Степанов В.П. Методы вероятностного моделирования в расчетах характеристик электрических нагрузок потребителей. – М: Энергоатомиздат, 1990. – 123 с.
11. Методы решения задач реального времени в электроэнергетике/ А.З. Гамм, Ю.Н. Кучеров и др. – Новосибирск: Наука, 1990. – 294 с.
12. Гордеев В.И., Васильев И.Е., Щуцкий В.И. Управление электропотреблением и его прогнозирование. – Ростов-на-Дону: Изд. РГУ, 1991. – 104 с.

13. Хронусов Г.С. Формирование эффективных режимов электропотребления горнодобывающих предприятий на основе комплексов потребителей-регуляторов мощности/ Автореф. дис. ... д.т.н. – Свердловск, 1990. – 42 с.
14. Баринов В.А., Совалов С.А. Режимы энергосистем: методы анализа и управления. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 440 с.
15. Тимченко В.Ф. Колебание нагрузки и обменной мощности энергосистем. – М.: Энергия, 1975. – 208 с.
16. Федеральный закон «Об электроэнергетике». №35-ФЗ от 26.03.03. Собрание законодательства Российской Федерации, 2003, № 13, ст. 1178 (<http://www.eesros.elektra.ru>).
17. О правилах оптового рынка электрической энергии (мощности) переходного периода. Постановление Правительства РФ № 643 от 24.10.2003 (<http://www.eesros.elektra.ru>).
18. Праховник А.В., Розен В.П., Дегтярев В.В. Энергосберегающие режимы электроснабжения горнодобывающих предприятий. – М.: Недра, 1985. – 232 с.
19. Михайлов В.В. Тарифы и режимы электропотребления. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 216 с.
20. Гордеев В.И. Регулирование максимума нагрузки промышленных электрических сетей. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 182 с.
21. Орнов В.Г., Рабинович М.А. Задачи оперативного и автоматического управления энергосистемами. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 223 с.
22. Автоматизация электрических систем. / А.О. Дроздов, А.С. Засыпкин, А.А. Алилуев, М.М. Савин. – М.: Энергия, 1977. – 440 с.
23. ГОСТ 13109-87. Электрическая энергия. Требования к качеству электрической энергии в электрических сетях.
24. Электрические системы. Т - 2. / Под ред. В.А. Веникова. – М.: Высшая школа, 1971. – 438 с.
25. Воротницкий В.Э., Калинкина М.А. Расчет, нормирование и снижение потерь электроэнергии в электрических сетях / Учебное пособие. 2-е изд.// М.: ЭНАС, 2002. – 210 с.
26. Рабинович М.А. Цифровая обработка информации для задач оперативного управления в электроэнергетике // М.: ЭНАС, 2001. – 344 с.

27. Макоклюев Б.И., Костиков В.Н. Моделирование электрических нагрузок электроэнергетических систем // Электричество. 1994. №10. С.13-16.
28. Об утверждении методики применения тарифов на электрическую энергию при оперативной дооптимизации режимов работы Единой энергетической системы России. Постановление ФЭК РФ № 66-э/4 от 2 октября 2002 года (<http://www.eesros.elektra.ru>).
29. План мероприятий по реформированию электроэнергетики на 2003-2005 годы. Распоряжение Правительства РФ № 865-р от 27 июня 2003 г (<http://www.eesros.elektra.ru>).
30. Макоклюев Б.И., Антонов А.В. Специализированный программный комплекс для планирования и анализа режимных параметров энергосистем и энергообъединений // Новое в российской электроэнергетике. 2002. № 6.
31. Влияние метеорологических факторов на электропотребление/ Б.И. Макоклюев, В.С. Павликов, А.И. Владимиров, Г.И. Фефелова // Электрические станции. 2002. №1. С.26-31.
32. Об утверждении методики расчета стоимости отклонений объемов фактического производства (потребления) электрической энергии участников оптового рынка от объемов их планового почасового производства (потребления). Приказ федеральной службы по тарифам от 24.08.2004 №44-Э/3. Зарегистр. в Минюсте РФ 6.10.04 № 6056.
33. Соскин Э.А., Киреева Э.А. Автоматизация управления промышленным энергоснабжением. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 384 с.
34. Гельман Г.А. Автоматизированные системы управления энергоснабжением промышленных предприятий. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 254 с.
35. Пупков К.А., Коньков В.Г. Интеллектуальные системы. – М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 348 с.
36. Методы классической и современной теории автоматического управления: В 3-х томах. Т.3.: Методы современной теории автоматического управления/ Под ред. Н.Д. Егупова. – М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 748 с.
37. Теряев Е.Д., Шамриков Б.М. Цифровые системы и поэтапное адаптивное управление. – М.: Наука, 1999. – 330 с.

38. Афанасьев В.И., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. – М.: Высшая школа, 1998. – 574 с.
39. Чураков Е.П. Оптимальные и адаптивные системы. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 255 с.
40. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы. – М.: Высшая школа, 1989. – 262 с.
41. Попов Э.В., Фоминых И.Б., Кисель Е.Б., Шалот М.Д. Статистические и динамические экспертные системы. – М.: Финансы и статистика, 1996. – 330 с.
42. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – М.: Высшая школа, 2000. – 383 с.
43. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. – М.: Мир, 1974. – 474 с.
44. Пешель М. Моделирование сигналов и систем. – М.: Мир, 1981. – 302 с.
45. Минеев Д.В., Михеев А.П., Рыжнев Ю.Л. Графики нагрузки дуговых электропечей. – М.: Энергия, 1977. – 120 с.
46. Некоторые подходы к краткосрочному прогнозированию суммарных нагрузок электроэнергетических систем/ А.С. Апарцин, А.З. Гамм, Р.Н. Грушина и др. // В кн. «Модели и методы исследования операций». – Новосибирск: Наука, 1988. – 290 с.
47. Кендалл М., Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. – М.: Наука, 1976. – 540 с.
48. Надтока И.И., Седов А.В. Адаптивные модели прогнозирования нестационарных временных рядов электропотребления. Изв. вузов. Электромеханика, № 1-2, 1994, с. 57-64.
49. Надтока И.И., Седов А.В., Холодков В.П. Применение методов компонентного анализа для моделирования и классификации графиков нагрузки. Изв. вузов. Электромеханика, № 6, 1993, с. 21-29.
50. Надтока И.И., Седов А.В. Декомпозиционный метод моделирования нестационарных случайных процессов в системах электроснабжения. Изв. вузов. Электромеханика, № 3-4, 1996, с. 107.
51. Современные методы идентификации систем// Под ред. Эйкоффа П. – М.: Мир, 1983. – 400 с.
52. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. – М.: Наука, 1991. – 432 с.

53. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. – М: Мир, 1989. – 540 с.
54. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып.2. М: Мир, 1974. – 406 с.
55. Кендалл М. Временные ряды. – М: Финансы и статистика, 1981. – 340 с.
56. Френкель А.А. Прогнозирование производительности труда: методы и модели. – М: Экономика, 1989. - 214 с.
57. Лукашин Ю.Г. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. – М: Статистика, 1989. – 256 с.
58. Тутубалин В.Н. Границы применимости (вероятностно-статистические методы и их возможности). – М.: Знание, 1977. – 64 с.
59. Тутубалин В.Н. Теория вероятностей и случайных процессов: Учебное пособие. – М.: Изд. МГУ, 1992. – 400 с.
60. Алимов Ю.И. Альтернативы методу математической статистики. – М.: Знание, 1980. – 64 с.
61. Калман Р.Е. Идентификация систем с шумами // Успехи мат. наук. 1985. Т. 40, вып. 4(244). С. 234-267.
62. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления./ Под ред. Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2002. – 744 с.
63. Беляев Л.С., Крумм Л.А. Применимость вероятностных методов в энергетических расчетах// Изв. АН СССР Энергетика и транспорт, 1983, №2. С.3-11.
64. Левин М.С., Лещинская Т.Б. Методы теории решений в задачах оптимизации систем электроснабжения. – М.: ВИПКэнерго, 1989. – 130 с.
65. Прикладные нечеткие системы // К. Асаи, Д. Ватада, С. Иваи, и др. – М.: Мир, 1993. – 368 с.
66. Алиев Р.А., Церковный А.Э., Мамедова Г.А. Управление производством при нечеткой исходной информации. – М.: Москва, 1991. – 240 с.
67. Заде Л.А. Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений // Математика сегодня. – М.: Знание, 1974. – С.5-49.

68. Морхов А.Ю. Совершенствование методов расчета электрических нагрузок и управление электропотреблением в условиях нечеткой информации/ Автореф. дисс. ... к.т.н. – Новочеркасск, 1994. – 17 с.
69. Демура А.В., Кушнарев Ф.А., Надтока И.И., Седов А.В. Прогнозирование электропотребления в энергосистеме Ростовэнерго. Изв. вузов. Электромеханика, № 4-5, 1994, с. 102-110.
70. Галушкин А.И. Теория нейронных сетей. – М: ИПРРЖР, 2000. – 416 с.
71. Белан А.В., Демура А.В., Исаев К.Н., Морхов А.Ю., Надтока И.И., Седов А.В. Анализ и прогнозирование электрической нагрузки в энергосистеме// В кн. «Улучшение экологии и повышение надежности энергетики Ростовской области». – Ростов-на-Дону: Изд. СКНЦ ВШ, 1995. – С. 90-100.
72. Демура А.В. Использование искусственной нейронной сети в качестве многофакторной модели при планировании электропотребления предприятий// Изв. вузов Сев.-Кав. регион. Сер. «Техн.науки» 1996.- № 3.– С. 102-108.
73. Шумилова Г.П., Готман Н.Э., Старцева Т.Б. Краткосрочное прогнозирование электрических нагрузок с использованием искусственных нейронных сетей// Электричество, 1999, № 10. С. 6-12.
74. Айзерман М.А., Браверман Э.М., Розонтэр Л.И. Метод потенциальных функций в теории обучения машин. – М: Наука, 1970. – 384 с.
75. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов. – М: Мир, 1978. – 412с.
76. Гупта П.К. Интервальное суточное прогнозирование нагрузок с использованием метеорологической информации.// В кн. Сравнительные модели прогнозирования электрической нагрузки. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – С.39-50.
77. Бейкер А.Б. Прогнозирование нагрузки с упреждением от 3-4 до 24-36 ч для управления генерацией в большой объединенной энергосистеме// В кн. «Сравнительные модели прогнозирования электрической нагрузки». – М.: Энергоатомиздат, 1987. – С.50-59.

78. Лейнг В.Д. Применение моделей временных рядов для внутри-часового прогнозирования нагрузки большой объединенной энергосистемы// В кн. «Сравнительные модели прогнозирования электрической нагрузки». – М.: Энергоатомиздат, 1987. – С.59-74.
79. Шнейдер А.М., Такенава Т., Шиффман Д.А. Суточное прогнозирование нагрузки электроэнергетической системы с учетом прогнозов температуры// В кн. «Сравнительные модели прогнозирования электрической нагрузки». – М.: Энергоатомиздат, 1987. – С.74-91.
80. M.S. Abu-Hussien, M.S. Kandil, M.A. Tantuary, S.A. Farghal. An accurate model for short-term load forecasting. Proc. IEEE, № 10, 1979, pp. 1860-1882.
81. F.D. Galiana, E. Handschin, A. Fiechter. Identification of stochastic electric load models from physical data. IEEE Trans., Ac-19, 1974 № 6, pp. 887-893.
82. W.R. Christianse. Short-term load forecasting using general exponential smoothing. IEEE Trans., Pas – 90, № 2, 1971, p. 900-910.
83. Доброжанов В.И. Краткосрочное прогнозирование электрических нагрузок промышленных предприятий. – Изв. вузов. Энергетика, 1987, № 1, с. 8-12.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	5
1. ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ В СОСТАВЕ ОПЕРАТИВНЫХ КОМПЛЕКСОВ	7
2. АНАЛИЗ И ОБЩАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ПРОГНОЗИРУЮЩИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ	12
2.1. Статистические (вероятностные) модели процессов	12
2.2. Детерминированные (алгебраические) модели процессов	16
2.3. Комбинированные вероятностно-детерминированные модели процессов	19
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	21
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	22

**Галустов Геннадий Григорьевич
Бровченко Сергей Петрович
Мелешкин Сергей Николаевич**

**Математическое моделирование и прогнозирование
в технических системах**

Учебное пособие

Редактор
Корректор

Надточий З.И.
Селезнева Н.И.

Компьютерная верстка Мелешкин С. Н.
Ответственный за выпуск Мелешкин С. Н.

ЛР~020565 от 27.06.1997 г.	Подписано к печати	2008 г.
Формат 60 x 84 1/16.		Печать офсетная.
Бумага офсетная.	Усл. п. л. -1,9. Уч. - изд. л. -1,8.	
Заказ №		Тираж 100 экз.

"С"

Издательство Технологического института
Южного федерального университета
ГСП 17А, Таганрог, 28, Некрасовский, 44

Типография Технологического института
Южного федерального университета
ГСП 17А, Таганрог, 28, Энгельса, 1